

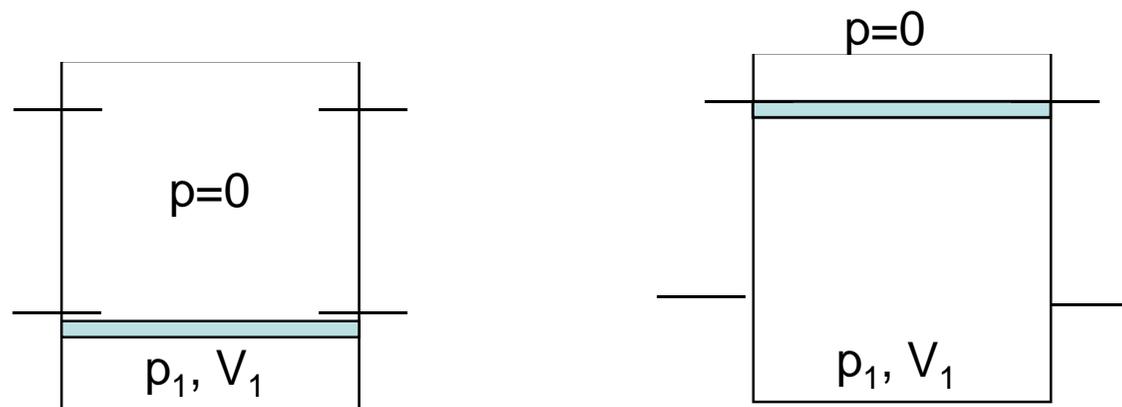
# Cálculo de Trabalho e Energia

# Expansão Isotérmica de um Gás

$$\text{gás } (p_1, V_1, T) = \text{gás } (p_2, V_2, T)$$

Pode ser feita irreversivelmente, de várias maneiras

$$p_{\text{ext}} = 0$$

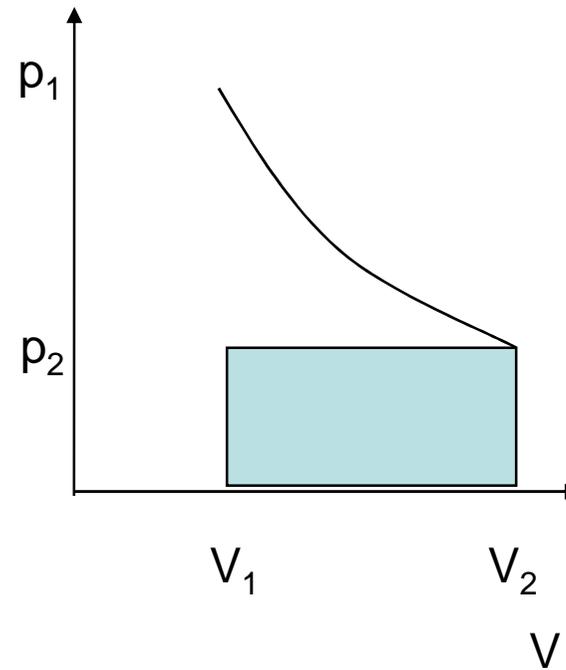
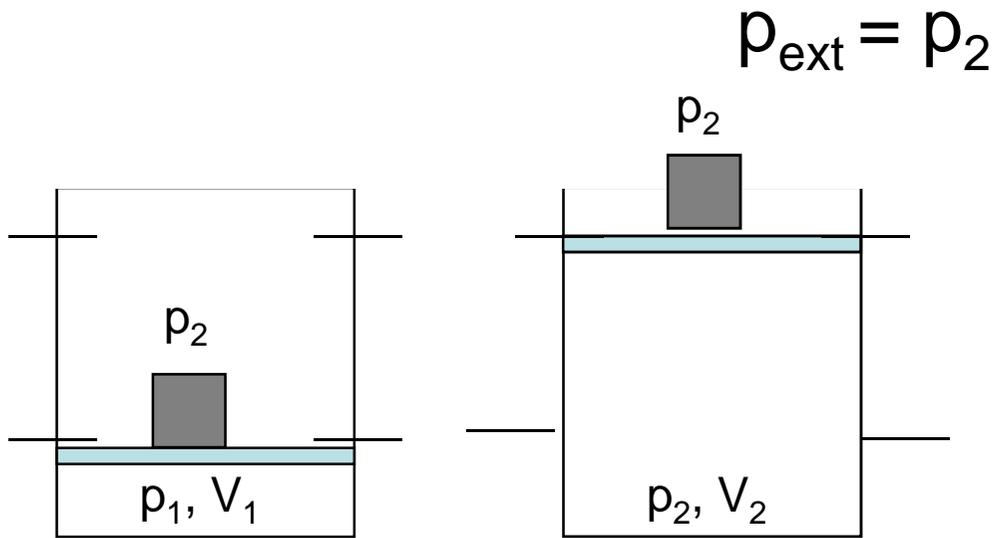


$$w = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{ext}} dV = 0$$

# Expansão Isotérmica de um Gás

gás ( $p_1, V_1, T$ ) = gás ( $p_2, V_2, T$ )

Pode ser feita irreversivelmente, de várias maneiras



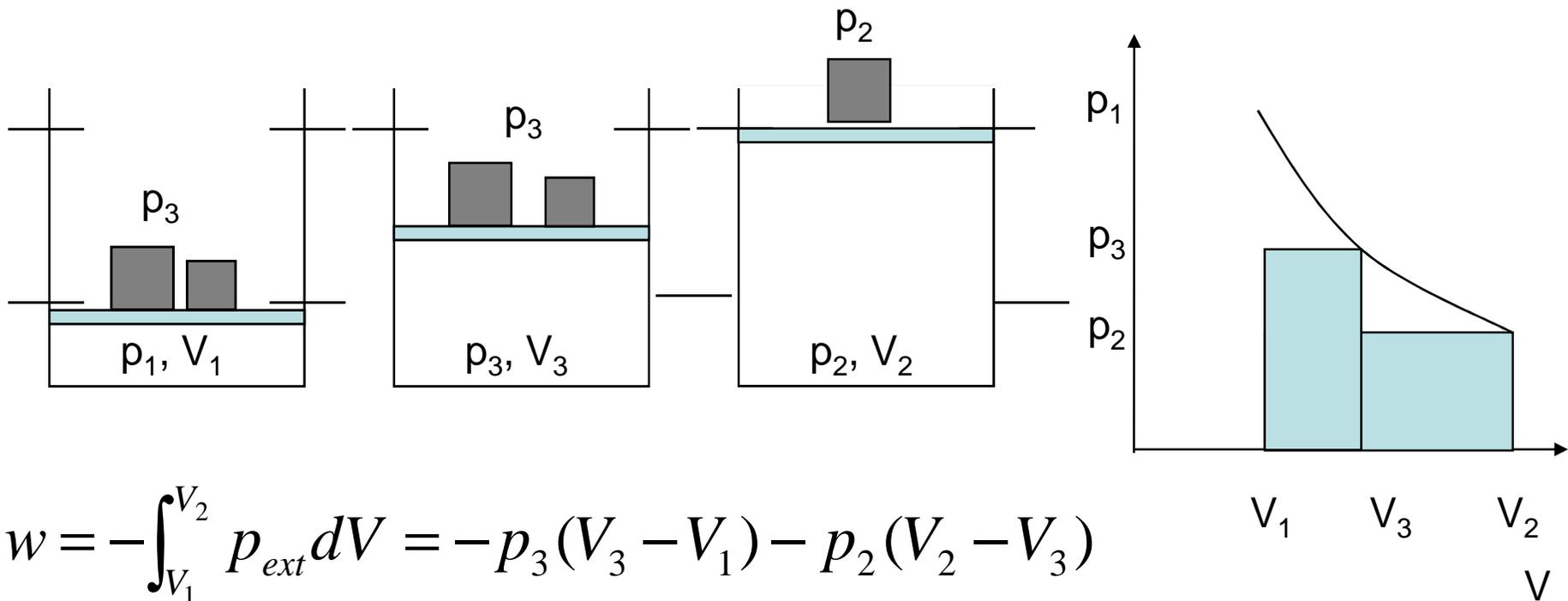
$$w = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{ext}} dV = -p_2(V_2 - V_1)$$

# Expansão Isotérmica de um Gás

$$\text{gás } (p_1, V_1, T) = \text{gás } (p_2, V_2, T)$$

Também pode ser feita irreversivelmente, em duas etapas

$$1) p_{\text{ext}} = p_3 ; 2) p_{\text{ext}} = p_2$$

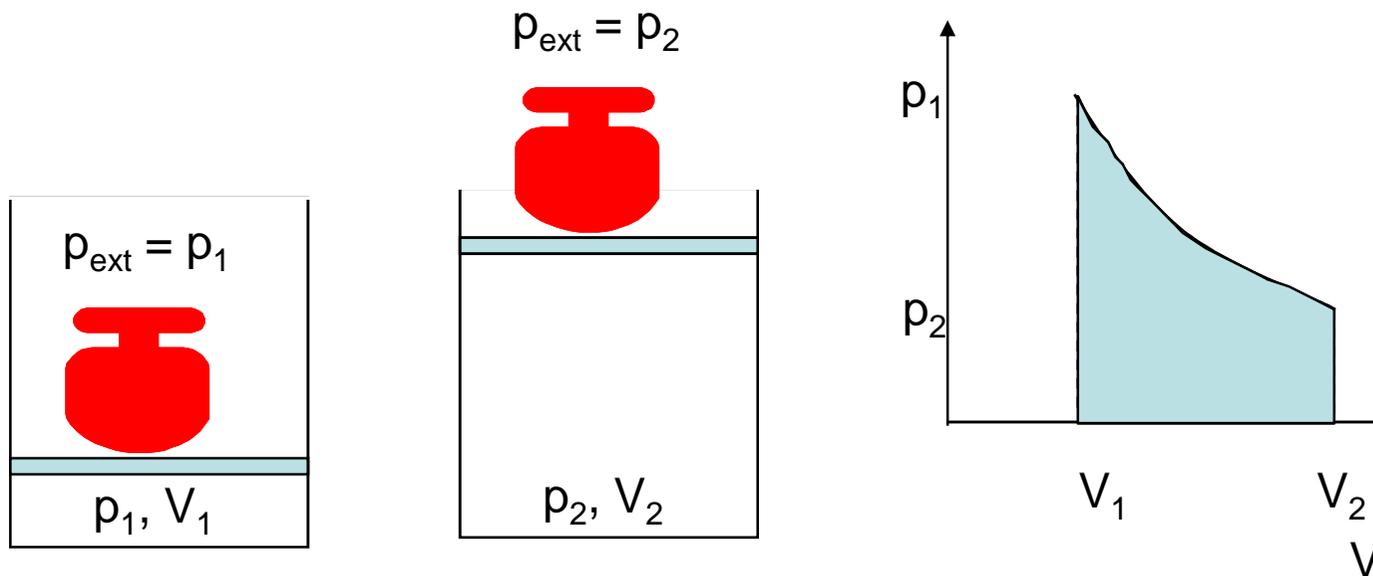


$$w = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{ext}} dV = -p_3(V_3 - V_1) - p_2(V_2 - V_3)$$

# Expansão Isotérmica Reversível de um Gás

gás ( $p_1, V_1, T$ ) = gás ( $p_2, V_2, T$ )

Pode ser feita reversivelmente, de uma só maneira:  $p_{\text{ext}} = p_{\text{int}}$



$$w = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{ext}} dV = -\int_{V_1}^{V_2} p_{\text{int}} dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = -\int_{V_1}^{V_2} RT d(\ln V) =$$
$$= -RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{p_2}{p_1}$$

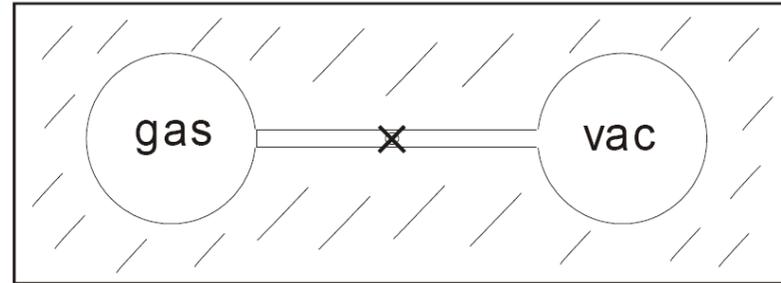
# Energia Interna

- $dU = \delta q + \delta w$  (Primeira lei)
  - $dU = C_{\text{caminho}} dT - p_{\text{ext}} dV$
- $U(T, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$
- Alguns casos
  - Reversível:  $dU = \delta q_{\text{rev}} + \delta w_{\text{rev}} = \delta q_{\text{rev}} - p dV$  ( $p = p_{\text{ext}}$ )
  - Isolado:  $\delta q = \delta w = 0$
  - Adiabático:  $\delta q = 0$ ;  $dU = \delta w$  (se for reversível  $dU = -p dV$ )
  - $V$  constante:  $w = 0$ ;  $dU = \delta q_V = C_V dT$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \cancel{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV} \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V$$

$$dU = C_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

- Para obter  $\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$



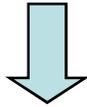
$$\text{gás}(p_1, V_1, T_1) = \text{gás}(p_2, V_2, T_2)$$

- $q = w = 0 \Rightarrow dU = 0$

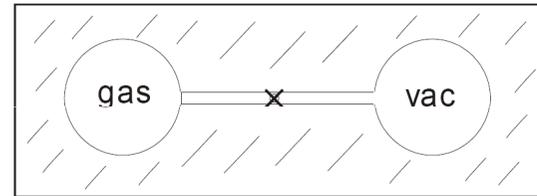
$$-C_V dT_U = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV_U$$

$$-C_V dT_U = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV_U$$

$$-C_V \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_U = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$



Determinado no experimento de Joule:



$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta T}{\Delta V} \right)_U = \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_U = n_J \quad (\text{coeficiente de Joule})$$

$$-C_V n_J = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -C_V n_J \quad \text{em:} \quad dU = C_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

Resulta:  $dU = C_V dT - C_V n_J dV$

No gás ideal,  $n_J = 0$  e  $dU = C_V dT$ , portanto  
 $U(T)$  só depende de  $T$

Consequências:

$$\Delta U = 0$$

em qualquer processo isotérmico do gás ideal.

$$\Delta U = \int C_V dT$$

em qualquer mudança no estado de um gás ideal.

# Testes

- Como se deve expandir um gás, de maneira a obter o máximo de trabalho dessa expansão?
- Como se deve expandir um gás, de maneira que ele perca o mínimo possível de energia?
- Processos do gás ideal apresentam várias singularidades. Descreva algumas delas.
- Complete a expressão  $dU = C_v dT + \dots$ , explicando quando a expressão completa que você escreveu é válida.
- Você espera que um gás de van der Waals tenha coeficiente Joule igual a zero? Por quê?